

Ферма (анализ)

A2 / 100



Разбира се, не можем просто да декларираме масив с големина 3^{33} , което е около 5PB (петабайта), и там за всеки номер да помним колко храна яде съответната октопака. За решаването на тази задача обаче е нужно да се владее само една техника...

Двоично търсене

Нека трябва да намерим колко храна яде дневно октопака с номер A. На първата итерация на "операцията на Иванчо," интервалът $[1, 3^P]$ се разбива на 3 равни непресичащи се подинтервала. Ако A попада в средния, очевидно отговорът е 1. Иначе, ако a е в левия интервал, левият се разбива, а в противен случай - десният. И така се търси рекурсивно докато A не попадне в средния интервал на някое разбиване. Така се правят само най-много 33 разбивания.

Нуждата от двоично търсене даже е подсказана в самата задача, което я прави по-лесна от обикновена задача с двоично търсене. Така може хора, които още не са напреднали, да разберат механизма на тази техника.

Алтернативно решение

Който не харесва двоичното търсене, може да направи друго нещо. Нека номерата на октопаките са представени в троична бройна система. Тогава имат цифри, които са или 0, или 1, или 2. Ако разгледаме числата от 0 до $3^P - 1$ (обърнете внимание на това че не са от 1 до 3^P), подредени в растящ ред по броя хапки (нека $P=3$)...

```
100 *
101 *
102 *
110 *
111 *
112 *
120 *
121 *
122 *
010 **
011 **
012 **
210 **
211 **
212 **
001 ***
```

Ферма (анализ)

A2 / 100



021 ***
201 ***
221 ***
000 ****
002 ****
020 ****
022 ****
200 ****
202 ****
220 ****
222 ****

...ще забележим, че на номерата на всички откопаки, които изяждат една хапка, първата цифра е 1, на тези, които изяждат 2 хапки, втората цифра е 1 и първата не е и т.н.. Ако никоя цифра не е 1, то съответната октопака изяжда $P+1$ хапки на ден.

Така можем и веднага да кажем, че има $3^{P-B} * 2^{B-1}$ октопаки, които изяждат B хапки на ден (при $B > 0$). А ако $B = 0$, тогава са 2^P .

Множество на Кантор

Тази задача е вдъхновена от множеството на Кантор, което е фрактал. Самото множество, разбира се, има много по-интересни свойства от начина за номериране на октопаки от Иванчо.