

Нашественици (анализ)

A3 / 120



Нека $d(i, j)$ е оптималното(минималното) време за стигане от летящата чиния с номер i до тази с номер j . А $d(i)$ е оптималното време за Иванчо да стигне до летящата чиния с номер i . Общо взето, трябва да се намери минималното $d(a_1) + d(a_1, a_2) + d(a_2, a_3) + \dots + d(a_{K-1}, a_K)$ измежду всички редици $a_1, a_2, \dots, a_K$, където $1 \leq a_i \leq K$ и $a_i \neq a_j \Leftrightarrow i \neq j$.

Задачата се състои от две части...

Предварително изчисляване на оптималните разстояния

Очевидно е че трябва да разгледаме терена като граф, където всеки връх е едно поле на терена и от всеки връх излизат най-много 4 ребра към съответните му съседни върхове. Тези ребра имат тегло, равно на времето, нужно на Иванчо да премине в другото поле.

Трябва да пресметнем предварително какви са оптималните разстояния от Иванчо до всяка летяща чиния и от всяка летяща чиния до всяка друга. Това може да стане с алгоритъма на **Фloyd**, който намира минималните разстояния от всеки връх до всеки друг и е със сложност $O(|V|^3)$ ($|V|$ е броят на върховете и $|E|$ е броят на ребрата). За жалост за това биха били нужни $O(|V|^3) = O((N^2)^3) = O(N^6)$ операции. Това е около 64 000 000 000 000 - трябва да се намери друг начин!

Можем вместо това първо от върха на Иванчо и после от върха на всяка летяща чиния да пуснем по веднъж алгоритъма на **Белман-Форд**, който е със сложност $O(|V| * |E|)$. Тогава общо ще са ни нужни $O(K * |V| * |E|) = O(K * N^2 * N^2) = O(KN^4)$ операции, което отново е твърде много (около 12 800 000 000).

Алгоритъмът на **Дийкстра(Дейкстра)** има сложност $O(|V|^2)$, ако не се използва приоритетна опашка (heap), и $O(|V| * \log_2 |V|)$, ако се използва. С него можем с $O(K * N^2 \log_2 N)$ операции да намерим всички оптимални разстояния. Това е само от порядъка на 2 560 000 - напълно поносимо. А под логаритъма N е на първа степен, защото $\log_2(N^2) = 2 * \log_2 N$.

Пълно изчерпване

Вече можем със сложност $O(1)$ да кажем какво е разстоянието от Иванчо до летяща чиния или от една до друга летяща чиния. Можем спокойно рекурсивно да опитаме всяка възможна редица $a_1, a_2, \dots, a_K$. Това, разбира се, става със сложност $O(K!)$. Знакът $!$ означава факториел и $K!$ е равно на $1 * 2 * 3 * \dots * (K-1) * K$. Тъй като K е до 8, това е най-много 40 320.