

# Скоби (анализ)

A4 / 250



Първоначално задачата скоби беше планувана като по-лесна, изискваща от участниците да открият единствено формулата за изчисляване на броя правилни изрази с до 5 вида скоби на една заявка, като ограниченията да са до толкова големи, доколкото да пресекат възможностите за решаване чрез метода „динамично оптимизиране“.

В процеса на работа обаче екипът на задачата промени условието и задачата стана доста по-комплексна и изискваща доста повече хитрост и познания от малко комбинаторика.

За да намерим отговора на всяка заявка първо трябва да открием открием какъв е броя на правилните изрази съставени от N комплекта скоби от един вид. Лесно се вижда, че това е именно N-тото число на Каталан. [https://en.wikipedia.org/wiki/Catalan\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Catalan_number).

Какво се случва когато добавим и различни видове скоби?

Първо трябва да открием колко са общо комплектите скоби – сумата на количеството от всички видове скоби. Така обаче, имайки повече от 1 комплект от всеки вид ще получим две еднакви комбинации от скоби като различни, ако използваме само числата на Каталан. За да премахнем еднаквите видове трябва да намерим по колко „различни“ начина можем да подредим комплектите скоби от всеки вид, ако разгледаме всеки комплект скоби като уникален. Номерираме скобите с числа от 1 до  $a_i$ . Тогава лесно се вижда, че това е броят пермутации на числата от 1 до  $a_i$ . Следователно трябва да разделим получените до момента възможности на  $a_i!$  за всяко  $i$  от 1 до  $k$ .

Тогава за всяка заявка с  $k$  вида скоби и  $a_i$  комплекта скоби от всеки вид формулата за поучаване на необходимите комплекти скоби ще е:

$$N = \sum_{i=1}^k a_i$$

Тогава възможните правилни изрази ще бъдат

$$\frac{\binom{2n}{n+1}}{a_1! * a_2! * \dots * a_k!}$$

Ограниченията са така подбрани, че при извършване на тези действия участниците да трябва да използват деление по модул, което също не е тривиално, дори и да изчисляват  $n$ -тото число на Каталан линейно.

Тъй като в задачата може да се работи с до 10 000 000 комплекта скоби, изчисляването на тези числа за всяка заявка ще бъде изключително бавно. Ограничението по памет, пък е твърде малко, за да бъдат предварително изчислени тези числа и запаметени в паметта на компютъра. Тук идва момента в който участниците трябва да се сетят, че тъй като всички заявки са им подадени на входа

# Скоби (анализ)

A4 / 250



могат за ги сортират и да ги обработват спрямо големината на  $N$ . Така няма да има нужда да изчисляват или запомнят всеки път числото на Каталан. След това просто да изведат отговорите на всяка според номера и на въвеждане.

Последното досещане което трябва да направят участниците е свързано отново с ограничената памет.

Тъй като във всяка заявка се използват факториели на доста големи числа, твърде много, то няма да е никак оптимално те да се намират всеки път. За това не е необходимо да се пазят всички факториели, а може те да се пазят през някакво число  $l$  от които да се получават лесно следващите. В зададените ограничения решението на журито използва като  $l$  числото 8.