Ивица (анализ)

A2 / 100

Има няколко аналогични начина за решаване на тази задача. Тук ще се разгледа само един от тях, защото те са почти еднакви.

Най-важното нещо, което трябва да се направи, е да се сметнат префиксните суми за всички елементи. Това означава да се направи масив P, където $P_i = S_0 + S_1 + ... + S_i$. Смятането му по наивен начин би изисквало $O(N^2)$ операции, но ако се забележи, че $P_i = P_{i-1} + S_i$, трябват само O(N) операции.

След като са изчислени стойностите му, за абсолютно всеки интервал [a,b] може да се сметне сумата за O(1) операции, защото тя е равна на $P_b – P_{a-1}$. Да наречем с S(a,b) сумата от a-тия елемент до b-тия. S(a,a-1) = 0.

Нека сме избрали A, B и C, където 0 ≤ A ≤ B ≤ C ≤ N. Ако ивицата се среже на тези места, то общото щастие ще е S(A,B-1) - S(B,C-1). Това, обаче, е равно и на S(0,B-1) – S(0,A-1) - S(B,N-1) + S(C,N-1). Ако B е фиксирано, то S(0,B-1) – S(B,N-1) също е фиксирано и остава само въпросът колко да бъдат A и C, така че S(0,A-1) да е възможно най-малко и S(C,N-1) да е възможно най-голямо.

Нека L_i е индексът на най-малката префиксна сума между 0 и i. L_0 = 0, ако S_0 < 0 и L_0 = -1, ако S_0 > 0. L_i е равно или на L_{i-1}, или на i, в зависимост от това дали $S(0,L_{i-1})$ е по-малко от S(0,i), или не, затова всичките L_i могат да се сметнат за O(N).

Нека и R_i е индексът на най-голямата суфиксна сума между i и N. R_N = N. Ri е равно или на R_i+1, или на i, в зависимост от това дали $S(R_{i+1},N-1)$ е по-голямо от S(i,N-1), или не. Затова всичките R_i също могат да се сметнат за O(N), ако се смятат в обратната посока.

След като имаме това, за всяко B от 0 до N гледаме колко голяма е разликата $S(L_{B-1}+1, B-1) – S(B, R_B-1)$ и за най-голямата такава избираме $A=L_{B-1}+1$, B=B и $C=R_B$ за отговор.

Така общата сложност на това решение е O(N).